

ISSN 1563 – 0285
Индекс 75872
25872

ӘЛ-ФАРАБИ атындағы
ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ
УНИВЕРСИТЕТІ

КАЗАХСКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
имени АЛЬ-ФАРАБИ

ҚазҰУ
ХАБАРШЫСЫ

МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА,
ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ

ВЕСТНИК
КазНУ

СЕРИЯ МАТЕМАТИКА,
МЕХАНИКА, ИНФОРМАТИКА

АЛМАТЫ

№ 3 (74)

2012

*Зарегистрирован в Министерстве культуры, информации и общественного
согласия Республики Казахстан, свидетельство № 956-Ж от 25.11.1999 г.
(Время и номер первичной постановки на учет № 766 от 22.04.1992 г.)*

Редакционная коллегия:

У.С. Абдибеков – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, Алматы – научный редактор

Н.Т. Данаев – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, Алматы – заместитель научного редактора

Д.Ж. Азмед-Заки – д.т.н., Казахский национальный университет им.аль-Фараби, Казахстан, Алматы – заместитель научного редактора

Л.М. Даирбаева – к.ф.-м.н., доцент, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, Алматы – ответственный секретарь

Айсағалиев С.А. – д.т.н., профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Алиев Ф.А. – академик Национальной академии наук Азербайджана, Институт прикладной математики Бакинского государственного университета, Баку, Азербайджан

Бадаев С.А. – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный университет им.аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Жайнаков А.Ж. – академик НАН Кыргызской Республики, Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Бишкек, Кыргызстан

Калтаев А.Ж. – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный университет им.аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Кангужин Б.И. – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный университет им.аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Малышкин В.Э. – д.т.н., профессор, Ново-

МАЗМУНЫ СОДЕРЖАНИЕ CONTENTS

Дифференциальные и интегральные уравнения

1. *Айсағалиев С.А., Аязбаева А.М.* К построению оптимального фильтра для случайных процессов.....4
2. *Дауытбек Д., Токмагамбетов Н.Е., Туленов К.С.* Об одном спектральном неравенстве для оператора Штурма–Лиувилля с δ -подобным потенциалом.....22
3. *Касымов К.А., Дауылбаев М.К., Атажан Н.* Асимптотическая сходимость решения краевых задач для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений.....28
4. *Немченко М.Ю., Сураган Д., Токмагамбетов Н.Е.* Неравенство типа Релей-Фабера-Краха для Лапласиана с граничным условием Ньютонова потенциала.....34
5. *Сураган Д.* Решение задачи о точном переносе условий излучения Зоммерфельда на границу ограниченной области в пространстве.....41

Вычислительная математика и математические моделирования

6. *Issakhov A.* Mathematical modeling of influence of the thermal power plant with considering the meteorological condition at the reservoir-cooler.....50
7. *Мукимбеков М.Ж., Нахибаева М.Т.* Моделирование процесса закачки углекислого газа в нефтяной пласт.....59
8. *Тохмолдин С.Ж., Клименов В.В., Тулеуов З.Ж., Шахенов К.К.* Обработка сигналов с помощью быстрого вейвлет-преобразования на суперкомпьютере в системе MATLAB69

Механика

9. *Belyayev Ye., Kaltayev A., Naimanova A., Chelliah Harsha K.* Numerical Investigation of Combustion in Supersonic Flow at the Transverse Injection of Hydrogen81
10. *Беляев Е.К., Найманова А. Ж., Калтаев А.* Численное исследование сверхзвукового потока воздуха с перпендикулярным вдувом газовой струи в плоском ка.....90

УДК 517.956

М.Ж. МУКИМБЕКОВ¹, М.Т. НАКИБАЕВА²^{1,2} *Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы*¹ *e-mail: m.mukim@gmail.com*² *e-mail: m.nakibaeva@gmail.com*

Моделирование процесса закачки углекислого газа в нефтяной пласт¹

В данной статье рассматривается трехмерная задача фильтрации двухфазной смеси, состоящей из трех компонент, одна из которых углекислый газ. Задача описывает процесс нагнетания углекислого газа в нефтяной пласт. В работе предлагается вычислительный алгоритм для решения данной задачи.

Ключевые слова: фильтрация, углекислый газ, светлые компоненты нефти, тяжелые компоненты нефти, пласт, неявная схема, прогонка.

М.Ж. МУКИМБЕКОВ, М.Т. НАКИБАЕВА

Мұнай қабатына көмірқышқыл газын айдамалау үрдісін модельдеу

Бұл мақалада үш компоненттен тұратын, компоненттердің біреуі көмірқышқыл газ, екіфазалық қоспаны фильтрлеудің үшөлшемді есебі қарастырылады. Есеп мұнай қабатына көмірқышқыл газын айдамалау үрдісі баяндалады. Осы есепті шешуге арналған алгоритм құрылады.

M.ZH. MUKIMBEKOV, M.T. NAKIBAYEVA

Simulation of the injection of carbon dioxide into the oil reservoir

In given article three-dimensional problem of two-phase mixture filtration, consisting of three components, one of them is dioxide carbon, is considered. The problem describes process of dioxide carbon injection to oil stratum. Computational algorithm for solving this problem is constructed.

Постановка задачи

В условиях бурного развития новых технологий в нефтяной отрасли встает вопрос о использовании современных методов математического моделирования и вычислительного аппарата для более качественного анализа эффективности разработки нефтяных месторождений и изучения пластовых процессов. Для увеличения нефтеотдачи применяют вторичные и третичные методы, которые позволяют улучшить физические, фильтрационно-емкостные характеристики нефтяного пласта [1-6]. К таким методам относится нагнетание углекислого газа в пласт в системе скважин.

¹Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант № 0614/ГФ, 2012г.-2014г.

Рассмотрим фильтрацию двухфазной смеси (нефть, газ), состоящий из трех компонент, а именно светлые компоненты нефти, тяжелые компоненты нефти и двуокись углерода (CO_2), описываемой 3D – трехмерной математической моделью воздействия углекислого газа на нефтяной пласт с учетом произвольного расположения фонда нагнетательных и добывающих скважин с учетом капиллярных сил.

Математическая модель имеет следующий вид в области $G \times (0, T)$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m(x_{1,o}\xi_o s_o + x_{1,g}\xi_g s_g)) + \text{div}(x_{1,o}\xi_o w_o + x_{1,g}\xi_g w_g) = - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{1,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m(x_{2,o}\xi_o s_o + x_{2,g}\xi_g s_g)) + \text{div}(x_{2,o}\xi_o w_o + x_{2,g}\xi_g w_g) = - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{2,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(m(x_{3,o}\xi_o s_o + x_{3,g}\xi_g s_g)) + \text{div}(x_{3,o}\xi_o w_o + x_{3,g}\xi_g w_g) = \text{div}(D_{3,o} \nabla(\xi_o x_{3,o}) + \\ & + D_{3,g} \nabla(\xi_g x_{3,g})) + \sum_{i=1}^{N_1} Q_{3,i}^{nagn} \delta(x - x_{ni}, y - y_{ni}, z - z_{ni}) - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{3,i}^{dob} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (3) \end{aligned}$$

$$w_o = -k \frac{f_o}{\mu_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z), \quad (4)$$

$$w_g = -k \frac{f_g}{\mu_g} (\nabla p_g - \rho_g g \nabla z)$$

$$p_g - p_o = p_{cap}(s_o), \quad (5)$$

$$x_{1,o} + x_{2,o} + x_{3,o} = 1, \quad (6)$$

$$x_{1,g} + x_{2,g} + x_{3,g} = 1,$$

$$s_o + s_g = 1, \quad (7)$$

$$f_{j,0} = f_{j,g}, j = \overline{1, \dots, 3}. \quad (8)$$

Здесь s_o, s_g - насыщенность нефти и газа соответственно; $x_{1,0}, x_{2,0}, x_{3,0}$ - мольные фракции светлых компонент нефти, тяжелых компонент нефти и двуокиси углерода в нефтяной фазе соответственно; $x_{1,g}, x_{2,g}, x_{3,g}$ - мольные фракции светлых компонент нефти, тяжелых компонент нефти и двуокиси углерода в газовой фазе соответственно; p_o, p_g - давление нефти и газа соответственно; p_{cap} - капиллярное давление; k - абсолютная проницаемость пласта; m - пористость пласта; ξ_o, ξ_g - молярная плотность нефти и газа соответственно; ρ_o, ρ_g - плотность нефти и газа соответственно; f_o, f_g - относительные фазовые проницаемости нефти и газа соответственно; μ_o, μ_g - вязкость нефти и газа соответственно; $D_{3,o}, D_{3,g}$ - коэффициент диффузии двуокиси углерода в нефти и газе соответственно; $Q_{3,i}^{nagn}, Q_{3,i}^{dob}$ - приведенные дебиты двуокиси углерода на нагнетательных и добывающих скважинах соответственно; $Q_{1,i}, Q_{2,i}$ - приведенные дебиты светлых и тяжелых компонент нефти на добывающих скважинах соответственно; (x_{ni}, y_{ni}, z_{ni}) - координаты i -ой нагнетательной скважины; $(x_{\delta i}, y_{\delta i}, z_{\delta i})$ - координаты i -ой добывающей скважины; N_1, N_2 - количество нагнетательных скважин и добывающих скважин соответственно.

В качестве начальных условий берутся начальные распределения давлений и насыщенностей нефти, газа соответственно; мольных фракций светлых компонент нефти, тяжелых компонент нефти и двуокиси углерода в нефтяной и газовой фазе соответственно:

$$(p_o, p_g)|_{t=0} = (p_o^0, p_g^0),$$

$$(s_o, s_g)|_{t=0} = (s_o^0, s_g^0), \quad (9)$$

$$(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o})|_{t=0} = (x_{1,o}^0, x_{2,o}^0, x_{3,o}^0), \quad (10)$$

$$(x_{1,g}, x_{2,g}, x_{3,g})|_{t=0} = (x_{1,g}^0, x_{2,g}^0, x_{3,g}^0).$$

На границах области течения задаются следующие условия:

$$(w_o \bar{n}; w_g \bar{n})|_{\partial G} = 0, \left(\frac{\partial s_o}{\partial n}; \frac{\partial s_g}{\partial n} \right) \Big|_{\partial G} = 0, \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial x_{1,o}}{\partial n}; \frac{\partial x_{2,o}}{\partial n}; \frac{\partial x_{3,o}}{\partial n} \right) \Big|_{\partial G} = 0, \left(\frac{\partial x_{1,g}}{\partial n}; \frac{\partial x_{2,g}}{\partial n}; \frac{\partial x_{3,g}}{\partial n} \right) \Big|_{\partial G} = 0. \quad (12)$$

Вычислительный алгоритм

Для решения данной задачи преобразуем нашу систему, т.е. сложим уравнения (1)-(3) и с учетом (4), (5) получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & m \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} s_o + \frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} (1 - s_o) \right) \frac{\partial p_o}{\partial t} + m \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \frac{\partial x_{1,o}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \frac{\partial x_{2,o}}{\partial t} \right) s_o + m (\xi_o - \xi_g) \frac{\partial s_o}{\partial t} \\ & + m \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \frac{\partial s_o}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \frac{\partial x_{1,g}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \frac{\partial x_{2,g}}{\partial t} \right) (1 - s_o) = \\ & = \operatorname{div} \left(k \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \nabla p_o \right) - \operatorname{div} \left(k \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} \rho_o + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \rho_g \right) g \nabla z \right) + \operatorname{div} \left(\xi_g k \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \nabla s_o \right) + \\ & + \operatorname{div} (D_{3,o} \nabla (\xi_o x_{3,o}) + D_{3,g} \nabla (\xi_g x_{3,g})) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_1} Q_{3,i}^{nsgn} \delta(x - x_{ni}, y - y_{ni}, z - z_{ni}) - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{3,i}^{dob} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}) - \\ & - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{1,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}) - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{2,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (13) \end{aligned}$$

В области $0 \leq x \leq l_1, 0 \leq y \leq l_2, 0 \leq z \leq l_3, 0 < t \leq T$ введем следующую разностную сетку. Где $x_{i+1} = x_i + hx_i, y_{j+1} = y_j + hy_j, z_{k+1} = z_k + hz_k, t^0 = 0, t^{n+1} = t^n + \Delta t, (i = 0 \dots N_x, j = 0 \dots N_y, k = 0 \dots N_z, n = 0 \dots M)$.

Уравнение (13) является нелинейным относительно давления, будем ее решать схемой расщепления по локальным переменным.

Неявная схема расщепления для уравнения давления по направлению x будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
& h x_i h y_j h z_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} \right)_{ijk}^n s_{o,ijk}^n + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n (1 - s_{o,ijk}^n) \right) \frac{p_{o,ijk}^{n+1/3} - p_{o,ijk}^n}{\tau} + \\
& + h x_i h y_j h z_k m_{ijk} s_{o,ijk}^n \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,o,ijk}^{n+1/3} - x_{1,o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,o,ijk}^{n+1/3} - x_{2,o,ijk}^n}{\tau} \right) + \\
& + h x_i h y_j h z_k m_{ijk} (\xi_{o,ijk}^n - \xi_{g,ijk}^n) \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \\
& + h x_i h y_j h z_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n \left(\frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk}^n \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,g,ijk}^{n+1/3} - x_{1,g,ijk}^n}{\tau} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,g,ijk}^{n+1/3} - x_{2,g,ijk}^n}{\tau} \right) (1 - s_{o,ijk}^n) = \\
& = h y_j h z_k \left((k_x \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g}) \right)_{i+1/2jk}^{n+1/3} \frac{(p_{oi+1jk}^{n+1/3}) - (p_{o,ijk}^{n+1/3})}{h x_i} - \\
& - (k_x \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g})_{i-1/2jk}^{n+1/3} \frac{(p_{o,ijk}^{n+1/3}) - (p_{oi-1jk}^{n+1/3})}{h x_{i-1}} + \\
& + h y_j h z_k \left((\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{i+1/2jk}^n \frac{s_{oi+1jk}^n - s_{o,ijk}^n}{h x_i} - (\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{i-1/2jk}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oi-1jk}^n}{h x_{i-1}} \right) + \\
& + h x_i h z_k \left((\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ij+1/2k}^n \frac{s_{oij+1k}^n - s_{o,ijk}^n}{h y_j} - (\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ij-1/2k}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oij-1k}^n}{h y_{j-1}} \right) + \\
& + h x_i h y_j \left((\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ijk+1/2}^n \frac{s_{o,ijk+1}^n - s_{o,ijk}^n}{h z_k} - (\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ijk-1/2}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{o,ijk-1}^n}{h z_{k-1}} \right) + \\
& + h y_j h z_k \left((D_{3x,o})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{o,i+1jk}^n x_{3,oi+1jk}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{h x_i} \right. \\
& \left. - (D_{3x,o})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,i-1jk}^n x_{3,oi-1jk}^n}{h x_{i-1}} \right) + \\
& + h x_i h z_k \left((D_{3y,o})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{oij+1k}^n x_{3,oij+1k}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{h y_j} \right. \\
& \left. - (D_{3y,o})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{oij-1k}^n x_{3,oij-1k}^n}{h y_{j-1}} \right) + \\
& + h x_i h y_j \left((D_{3z,o})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk+1}^n x_{3,o,ijk+1}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{h z_k} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - (D_{3z,\sigma})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n - \xi_{\sigma,ijk-1}^n x_{3,\sigma,ijk-1}^n}{hz_{k-1}} + \\
 & + hy_j hz_k ((D_{3z,\sigma})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{\sigma,i+1jk}^n x_{3,\sigma,i+1jk}^n - \xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n}{hx_i} \\
 & - (D_{3x,\sigma})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n - \xi_{\sigma,i-1jk}^n x_{3,\sigma,i-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
 & + hx_i hz_k ((D_{3y,\sigma})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{\sigma,ij+1k}^n x_{3,\sigma,ij+1k}^n - \xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n}{hy_j} \\
 & - (D_{3y,\sigma})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n - \xi_{\sigma,ij-1k}^n x_{3,\sigma,ij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
 & + hx_i hy_j ((D_{3z,\sigma})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{\sigma,ijk+1}^n x_{3,\sigma,ijk+1}^n - \xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n}{hz_k} \\
 & - (D_{3z,\sigma})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{\sigma,ijk}^n x_{3,\sigma,ijk}^n - \xi_{\sigma,ijk-1}^n x_{3,\sigma,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
 & + \sum_{l=1}^{N_1} (Q_{3,l}^{n\sigma g n})^n \omega_{ijk}^{n\sigma g n} - \sum_{l=1}^{N_2} ((Q_{1,l}^{dob})^n + (Q_{2,l}^{dob})^n + (Q_{3,l}^{dob})^n) \omega_{ijk}^{dob}, \tag{14}
 \end{aligned}$$

Аналогично, неявная схема расщепления для уравнения давления по направлению y будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & hx_i hy_j hz_k m_{ijk} ((\frac{\partial \zeta_\sigma}{\partial p_\sigma})_{ikj}^n s_{\sigma,ijk}^n + (\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g})_{ijk}^n (1 - s_{\sigma,ijk}^n)) \frac{p_{\sigma,ijk}^{n+2/3} - p_{\sigma,ijk}^{n+1/3}}{\tau} + \\
 & + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} s_{\sigma,ijk}^n ((\frac{\partial \zeta_\sigma}{\partial x_{1,\sigma}})_{ijk}^n \frac{x_{1,\sigma,ijk}^{n+1/3} - x_{1,\sigma,ijk}^n}{\tau} + (\frac{\partial \zeta_\sigma}{\partial x_{2,\sigma}})_{ijk}^n \frac{x_{2,\sigma,ijk}^{n+1/3} - x_{2,\sigma,ijk}^n}{\tau}) + \\
 & + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} (\xi_{\sigma,ijk}^n - \xi_{g,ijk}^n) \frac{s_{\sigma,ijk}^{n+1/3} - s_{\sigma,ijk}^n}{\tau} + \\
 & + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} ((\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g})_{ijk}^n (\frac{\partial p_{cap}}{\partial s_\sigma})_{ijk}^n \frac{s_{\sigma,ijk}^{n+1/3} - s_{\sigma,ijk}^n}{\tau} + (\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}})_{ijk}^n \frac{x_{1,g,ijk}^{n+1/3} - x_{1,g,ijk}^n}{\tau} + \\
 & + (\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}})_{ijk}^n \frac{x_{2,g,ijk}^{n+1/3} - x_{2,g,ijk}^n}{\tau}) (1 - s_{\sigma,ijk}^n) = \\
 & = hx_i hz_k ((k_y (\xi_\sigma \frac{f_\sigma}{\mu_\sigma} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g}))_{ij+1/2k}^{n+2/3} \frac{(p_{\sigma,ij+1k}^{n+2/3}) - (p_{\sigma,ijk}^{n+2/3})}{hy_j} - \\
 & - (k_y (\xi_\sigma \frac{f_\sigma}{\mu_\sigma} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g}))_{ij-1/2k}^{n+2/3} \frac{(p_{\sigma,ijk}^{n+2/3}) - (p_{\sigma,ij-1k}^{n+2/3})}{hy_{j-1}}) + \\
 & + hy_j hz_k ((\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_\sigma})_{i+1/2jk}^n \frac{s_{\sigma,oi+1jk}^n - s_{\sigma,ijk}^n}{hx_i} - (\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_\sigma})_{i-1/2jk}^n \frac{s_{\sigma,ijk}^n - s_{\sigma,oi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
 & + hx_i hz_k ((\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_\sigma})_{ij+1/2k}^n \frac{s_{\sigma,oi+1k}^n - s_{\sigma,ijk}^n}{hy_j} - (\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_\sigma})_{ij-1/2k}^n \frac{s_{\sigma,ijk}^n - s_{\sigma,oi-1k}^n}{hy_{j-1}}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +hx_ihy_j((\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ijk+1/2}^n \frac{s_{o,ijk+1}^n - s_{o,ijk}^n}{hz_k} - (\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ijk-1/2}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& +hy_jhz_k((D_{3z,o})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{o,i+1jk}^n x_{3,oi+1jk}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hx_i} \\
& - (D_{3z,o})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,i-1jk}^n x_{3,oi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& +hx_ihz_k((D_{3y,o})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{oij+1k}^n x_{3,oij+1k}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,o})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{oij-1k}^n x_{3,oij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& +hx_ihy_j((D_{3z,o})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk+1}^n x_{3,o,ijk+1}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,o})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,ijk-1}^n x_{3,o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& +hy_jhz_k((D_{3z,g})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{g,i+1jk}^n x_{3,gi+1jk}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hx_i} \\
& - (D_{3z,g})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,i-1jk}^n x_{3,gi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& +hx_ihz_k((D_{3y,g})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{gij+1k}^n x_{3,gij+1k}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,g})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{gij-1k}^n x_{3,gij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& +hx_ihy_j((D_{3z,g})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk+1}^n x_{3,g,ijk+1}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,g})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,ijk-1}^n x_{3,g,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& + \sum_{l=1}^{N_1} (Q_{3,l}^{nag})^n \omega_{ijk}^{nag} - \sum_{l=1}^{N_2} ((Q_{1,l}^{dob})^n + (Q_{2,l}^{dob})^n + (Q_{3,l}^{dob})^n) \omega_{ijk}^{dob}, \tag{15}
\end{aligned}$$

Аналогично, неявная схема расщепления для уравнения давления по направлению z будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
& hx_ihy_jhz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} \right)_{ijk}^n s_{o,ijk}^n + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n (1 - s_{o,ijk}^n) \right) \frac{p_{o,ijk}^{n+1} - p_{o,ijk}^{n+2/3}}{\tau} + \\
& + hx_ihy_jhz_k m_{ijk} s_{o,ijk}^n \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,o,ijk}^{n+1/3} - x_{1,o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,o,ijk}^{n+1/3} - x_{2,o,ijk}^n}{\tau} \right) + \\
& + hx_ihy_jhz_k m_{ijk} (\xi_{o,ijk}^n - \xi_{g,ijk}^n) \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +hx_ihy_jhz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n \left(\frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk}^n \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,g,ijk}^{n+1/3} - x_{1,g,ijk}^n}{\tau} + \right. \\
& + \left. \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,g,ijk}^{n+1/3} - x_{2,g,ijk}^n}{\tau} \right) (1 - s_{o,ijk}^n) = \\
& = hx_ihy_j \left(\left(k_z \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \right)_{ijk+1/2}^{n+1} \frac{(p_{o,ijk+1}^{n+1}) - (p_{o,ijk}^{n+1})}{hz_k} - \right. \\
& - \left. \left(k_z \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \right)_{ijk-1/2}^{n+1} \frac{(p_{o,ijk}^{n+1}) - (p_{o,ijk-1}^{n+1})}{hz_{k-1}} \right) + \\
& + hy_jhz_k \left(\left(\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{i+1/2jk}^n \frac{s_{oi+1jk}^n - s_{o,ijk}^n}{hx_i} - \left(\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{i-1/2jk}^n \frac{s_{oi-1jk}^n - s_{o,ijk}^n}{hx_{i-1}} \right) + \\
& + hx_ihz_k \left(\left(\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ij+1/2k}^n \frac{s_{oij+1k}^n - s_{o,ijk}^n}{hy_j} - \left(\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ij-1/2k}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oij-1k}^n}{hy_{j-1}} \right) + \\
& + hx_ihy_j \left(\left(\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk+1/2}^n \frac{s_{o,ijk+1}^n - s_{o,ijk}^n}{hz_k} - \left(\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk-1/2}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}} \right) + \\
& + hy_jhz_k \left((D_{3x,o})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{o,i+1jk}^n x_{3,oi+1jk}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hx_i} \right. \\
& - \left. (D_{3x,o})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,i-1jk}^n x_{3,oi-1jk}^n}{hx_{i-1}} \right) + \\
& + hx_ihz_k \left((D_{3y,o})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{o,ij+1k}^n x_{3,oij+1k}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hy_j} \right. \\
& - \left. (D_{3y,o})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,ij-1k}^n x_{3,oij-1k}^n}{hy_{j-1}} \right) + \\
& + hx_ihy_j \left((D_{3z,o})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk+1}^n x_{3,o,ijk+1}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hz_k} \right. \\
& - \left. (D_{3z,o})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,ijk-1}^n x_{3,o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}} \right) + \\
& + hy_jhz_k \left((D_{3x,g})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{g,i+1jk}^n x_{3,gi+1jk}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hx_i} \right. \\
& - \left. (D_{3x,g})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,i-1jk}^n x_{3,gi-1jk}^n}{hx_{i-1}} \right) + \\
& + hx_ihz_k \left((D_{3y,g})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{g,ij+1k}^n x_{3,gij+1k}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hy_j} \right. \\
& - \left. (D_{3y,g})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,ij-1k}^n x_{3,gij-1k}^n}{hy_{j-1}} \right) + \\
& + hx_ihy_j \left((D_{3z,g})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk+1}^n x_{3,g,ijk+1}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hz_k} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (D_{3z,g})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,ijk-1}^n x_{3,g,ijk-1}^n}{h z_{k-1}} + \\
& + \sum_{l=1}^{N_1} (Q_{3,l}^{nagn})^n \omega_{ijk}^{nagn} - \sum_{l=1}^{N_2} ((Q_{1,l}^{dob})^n + (Q_{2,l}^{dob})^n + (Q_{3,l}^{dob})^n) \omega_{ijk}^{dob}, \quad (16)
\end{aligned}$$

Уравнения (14)-(16) решаются последовательным применением метода прогонки. Условие устойчивости и сходимости метода следует из теории разностных схем [7].

Затем, по вычисленным давлениям, двуокиси углерода, светлым и тяжелым компонентам нефти, насыщенности газа, нефти, и их плотностям находятся интегральные показатели разработки месторождения: нефтеотдача, накопленная добыча нефти и другие показатели на задаваемый момент времени разработки.

Результаты расчетов

Для численных расчетов рассматривается один из вариантов разработки месторождения, а именно пятиточечная схема, где в центре пласта расположена нагнетательная скважина, по краям на равные расстояния размещены 4 добывающие скважины (рис.1). Основная сложность разработки указанных залежей вызвана, прежде всего, совместным залеганием нефти и свободного газа и их взаимодействием в процессе разработки. Данные для расчетов брались из [1-3].



● - эксплуатационная скважина;

○ - нагнетательная скважина.

Рисунок 1. Вариант разработки месторождения

На рисунках 2,3 представлены распределения давления, насыщенности нефти для начальной стадии разработки месторождения, соответствующего рисунку 1.

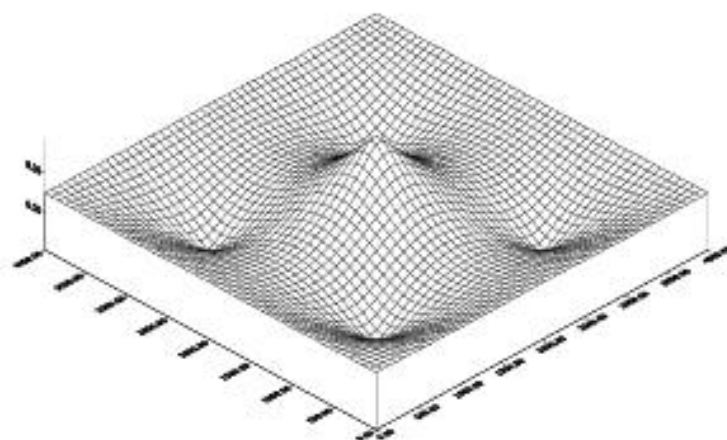


Рисунок 2. Распределение давления пласта

На рисунке 2 видно, что в центрах на нагнетательных скважинах давление имеет большие значения (холмы) чем в остальных частях территории месторождения, а на участках с центрами на добывающих скважинах давление принимает наименьшее значение (впадины).

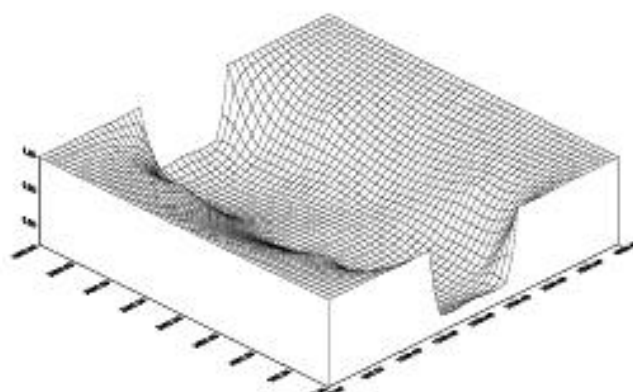


Рисунок 3. Распределение насыщенности нефти пласта

На рисунке 3 видно, что насыщенность нефти, находящейся возле начального положения газонефтяных контактов имеет меньшее значение после начала эксплуатации месторождения.

На основе результатов была разработана прикладная программа для анализа процесса нагнетания углекислого газа в пласт по прогнозированию технологических параметров разработки нефтегазовых месторождений.

Список литературы

- [1] Кричлоу Г. Современная разработка нефтяных месторождений. Проблемы моделирования. - М.: Недра, 1979. - 303 с.
- [2] Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. - М.: Недра, 1982. - 407 с.
- [3] Жумагулов Б.Т., Монахов В.Н., Смагулов Ш.С. Компьютерное моделирование в процессах нефтедобычи. - Алматы: НИЦ «Гылым», 2002. - 307 с.
- [4] Данаев Н.Т., Корсакова Н.К., Пеньковский В.И. Массоперенос в прискважинной зоне и электромагнитный каротаж пластов. - Алматы: КазНУ им. аль-Фараби. 2007. - 200 с.
- [5] Мукимбеков М.Ж. Об одной двумерной задаче в процессе добычи углеводородов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. 2008. Выпуск 39. - С. 217-226.
- [6] Мукимбеков М.Ж. О процессе добычи аномальной нефти в многопластовой системе // Труды шестой Всероссийской научной конференции с международным участием "Математическое моделирование и краевые задачи". Самара, 2009. - Ч.2. - С.123-125.
- [7] Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1977. - 656 с.

Поступила в редакцию 03 август 2012 года

